



1for1learning.com



+216 92 141 141 / +216 97 141 141



Hammam Sousse – Tunisie



contact@1for1learning.com

Inverse d'une matrice carrée

Exercice N°1

Soit A la matrice carrée d'ordre 2 définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Calculer la matrice A^2 .
2. Vérifier que la matrice A valide l'équation matricielle suivante :

$$A^2 - 7A + 10I_2 = 0_2$$

(où I_2 est la matrice identité d'ordre 2 et 0_2 la matrice nulle d'ordre 2).

3. En déduire que A est **inversible** et exprimer A^{-1} en fonction de A et I_2 .
4. Déterminer explicitement tous les coefficients de la matrice A^{-1} .
5. Application : Résoudre le système linéaire (S) suivant à l'aide de la matrice A^{-1} :

$$(S) : \begin{cases} 4x + 2y = 14 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$$

Exercice N°2

On considère les matrices carrées d'ordre 3 suivantes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculer le déterminant de A . En déduire qu'elle est inversible
- 2) Calculer le produit $A \times B$
- 3) En déduire la matrice inverse de A noté A^{-1}

4) On considère le système suivant

$$(S) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ y + 2z = 5 \\ x + 3z = 7 \end{cases}$$

$$\text{On pose : } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ et } C = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

- a) Vérifier qu'une autre écriture du système (S) est : $A \times X = C$
- b) En déduire que $X = A^{-1} \times C$
- c) Résoudre alors le système (S)



1for1learning.com



+216 92 141 141 / +216 97 141 141



Hammam Sousse – Tunisie



contact@1for1learning.com

Exercice N°3

Soit A la matrice carrée d'ordre 3 définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. **Calculer** les matrices A^2 et A^3 .
2. **Vérifier** que la matrice A valide l'équation matricielle suivante :

$$A^3 - 5A^2 + 7A - 3I_3 = 0_3$$

(où I_3 est la matrice identité d'ordre 3 et 0_3 la matrice nulle).

3. En déduire que A est **inversible** et exprimer A^{-1} en fonction de A^2 , A et I_3 .
4. **Application** : Résoudre le système linéaire (S) suivant en utilisant la matrice A^{-1} :

$$(S) : \begin{cases} 2x + y + z = 5 \\ y = -1 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

Exercice N°4

On souhaite résoudre le système $(\mathcal{S})$:
$$\begin{cases} x - 2y - 2z = 3 \\ 2x + y + 2z = -2 \\ 2x + z = 1 \end{cases} \quad \text{où } x, y \text{ et } z \text{ sont des réels.}$$

On pose : $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer la matrice A telle que le système $(\mathcal{S})$ soit équivalent à l'équation $AX = B$ d'inconnue X .

2. Vérifier que A a pour inverse la matrice
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -6 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Résoudre le système $(\mathcal{S})$.