

Résumé (Droites dans le plan)

Théorème et définition

Le plan est muni d'un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit a, b et c des réels tels que $(a, b) \neq (0, 0)$

L'ensemble Δ des points $M(x, y)$ du plan tels que $ax + by + c = 0$ est une droite.

L'équation $ax + by + c = 0$ est appelée équation cartésienne de la droite Δ

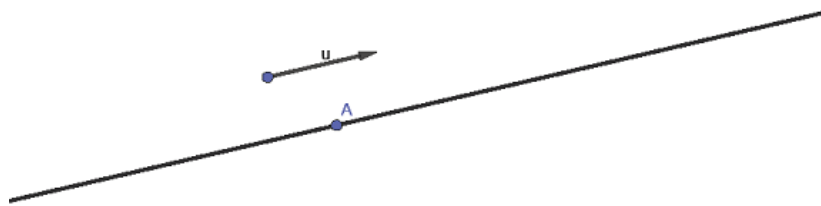
et on note $\Delta: ax + by + c = 0$

On retient

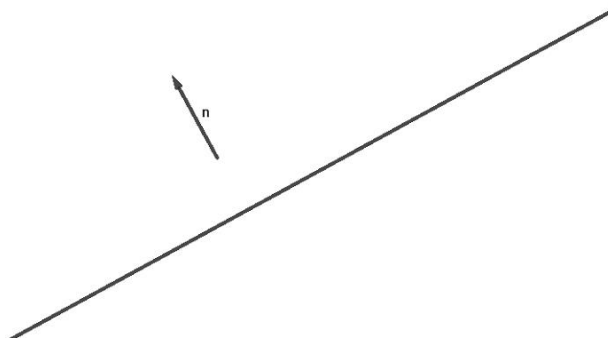
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit Δ une droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$. Alors

- $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de Δ



- $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à Δ



- Si $b \neq 0$ alors l'équation de Δ s'écrit sous la forme $y = mx + p$, l'équation $y = mx + p$, s'appelle l'équation réduite de Δ .

Le réel m s'appelle le coefficient directeur ou la pente de la droite Δ .

- Soit A et B deux points distincts du plan tels que $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ avec $x_A \neq x_B$. Alors le coefficient directeur de la droite (AB) est $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Propriétés

- Soit $\Delta = D(A, \vec{u})$ et $\Delta' = D(B, \vec{v})$. Alors
 Δ est parallèle à Δ' si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$
- Soit Δ une droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ et soit Δ' une droite d'équation cartésienne $a'x + b'y + c' = 0$. Alors

Δ est parallèle à Δ' si et seulement si $ab' - a'b = 0$

Δ est perpendiculaire à Δ' si et seulement si $aa' + bb' = 0$

- Soit $\Delta: ax + by + c = 0$ et $\Delta': a'x + b'y + c' = 0$ avec
 $a' \neq 0, b' \neq 0$ et $c' \neq 0$

Alors

Δ est parallèle à Δ' si et seulement si $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$

$\Delta = \Delta'$ si et seulement si $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

- Soit $\Delta: y = mx + p$ et $\Delta': y = m'x + p'$; où $m \neq 0$ et $m' \neq 0$. Alors

Δ est parallèle à Δ' si et seulement si $m = m'$

Δ est perpendiculaire à Δ' si et seulement si $mm' = -1$

$\Delta = \Delta'$ si et seulement si $m = m'$ et $p = p'$

- Soit $\Delta: y = mx + p$ avec $m \neq 0$. Alors

$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite Δ .

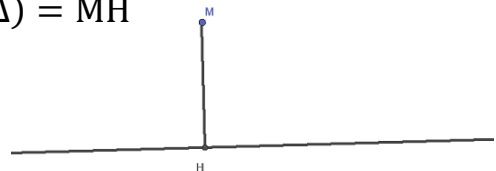
$\vec{n} \begin{pmatrix} m \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à Δ

Distance d'un point à une droite

Définition

Soit Δ une droite et M un point du plan et soit H le projeté orthogonal de M sur Δ

Le réel MH est la distance de M à Δ et on note $d(M, \Delta) = MH$



Théorème

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit Δ une droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ et un point $M(x_0, y_0)$.

Alors $d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$